1 Representación por superficies de polígonos

La representación de frontera que más se utiliza para un objeto gráfico tridimensional es un conjunto de polígonos de superficie que encierran el interior del objeto.

Muchos sistemas gráficos almacenan todos los objetos como conjuntos de polígonos de superficie. Esto facilita y acelera la representación de superficie y despliegue de objetos, ya que todas las superficies se describen con ecuaciones lineales.

Una representación de polígono para un poliedro define con precisión las características de superficie del objeto, pero para otros objetos, las superficies se *teselan o tejen* para producir una aproximación del enlace de polígonos.

El contorno de armazón se puede desplegar con rapidez para dar una indicación general de la estructura de la superficie, pero para lograr una representación más realista, se interpolan los patrones de sombreado a lo ancho de las superficies de los polígonos para eliminar o reducir la presencia de fronteras de aristas de polígonos.

1.1 Tablas de polígono

La superficie de un polígono se especifica con el conjunto de coordenadas de sus vértices, y parámetros para sus atributos asociados.
Los datos se colocan en tablas que se utilizarán en el procesamiento, despliegue y manipulación de objetos en una escena.

Las tablas de datos se organizan en:

Tablas geométricas
Contienen las coordenadas de vértices y los parámetros para identificar la orientación espacial de las superfices del polígono.

Tablas de atributos.
Parámetros como grado de transparencia, reflectividad y textura.

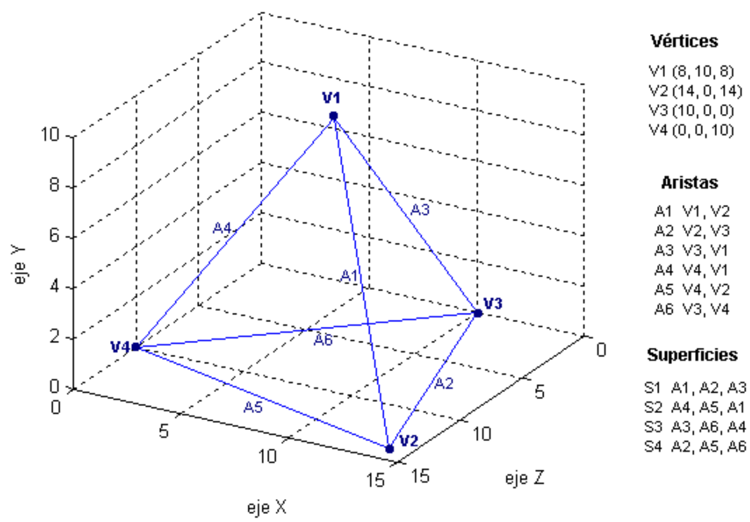
En cuanto a las tablas geométricas, una organización conveniente para almacenar los datos es crear 3 listas:

Vértices
Donde se almacenan las coordenadas para cada vértice.

Aristas
Contiene apuntadores a la tabla de vértices para identificar los vértices de que se compone cada arista.

Polígonos
Contiene apuntadores a la tabla de aristas para identificar las aristas de que se compone cada polígono.

Además, a los objetos individuales y las caras de polígonos que los componen se les puede asignar identificadores de objeto y de faceta para una referencia rápida.



1.1 Pirámide triangular y sus respectivas tablas de representación

Otros órdenes posibles incluyen emplear sólo 2 tablas: una de vértices y una de polígonos. El inconveniente de este enfoque es que algunas aristas se podrían trazar 2 veces.
Otra posibilidad es utilizar sólo una tabla de polígonos, pero esto duplica la información sobre las coordenadas (varios polígonos contienen vértices coincidentes).

Algunas mejoras para una extracción más rápida en el esquema de 3 tablas pueden ser *ampliar la tabla de aristas para incluir más indicadores en la tabla de polígonos* de modo que las aristas comunes entre los polígonos se pudieran identificar con mayor rapidez, también se podría expandir la tabla de vértices para que haga una referencia cruzada de los vértices con sus aristas correspondientes.

La información geométrica adicional que por lo general se almacena en las tablas de datos incluye la inclinación para cada arista, la normal de las superficies y la envolvente de las coordenadas de cada polígono (máximos valores de *x, y* y *z*)

1.2 Prueba de consistencia

Es importante verificar la consistencia y la totalidad de los datos. Esta verificación es más fácil cuando se utilizan las 3 tablas mencionadas. Un esquema usual de verificación de consistencia es el siguiente:

1. Cada vértice está en 2 aristas por lo menos.
2. Cada arista es parte de un polígono por lo menos.
3. Que cada polígono esté cerrado.
4. Cada polígono tiene por lo menos una arista compartida.
5. Si la tabla de aristas contiene indicadores para los polígonos, cada arista a la que se hace referencia mediante un indicador de polígono tiene un indicador recíproco hacia el polígono.

Este esquema se puede adaptar en el caso de utilizar sólo tablas de polígonos y vértices.

1.3 Ecuaciones de plano

Para desplegar un objeto tridimensional, se debe pasar por varios procedimientos:

- *Transformación de las descripciones de modelado y de las coordenadas mundiales a coordenadas de vista.*
- *Transformación de las coordenadas de vista a coordenadas de dispositivo.*
- *Identificación de superficies visibles.*
- *Aplicación de procedimientos de representación de superficie.*

Para algunos de estos procesos se requiere información acerca de la *orientación espacial* de los componentes individuales de superficie del objeto. Esta información se obtiene de los valores de las coordenadas de los vértices y las ecuaciones que describen los planos de los polígonos.

1.3.1 La ecuación del plano

Matemáticamente, la superficie de un plano puede expresarse

$$Ax + Bx + Cz + D = 0 \qquad (1.1)$$

donde (x, y, z) es cualquier punto del plano y los coeficientes A, B, C, D son constantes que, más tarde veremos, describen las propiedades espaciales del plano.

Se puede obtener fácilmente A, B, C y D resolviendo un conjunto de 3 ecuaciones del plano al utilizar valores de coordenadas para 3 puntos no colineales en el plano:

$$(A / D)\, x_k + (B / D)\, y_k + (C / D)\, z_k = -1 \qquad \text{para } k = 1, 2, 3 \qquad (1.2)$$

Utilizando la regla de Cramer, obtenemos la solución (como determinante) para este conjunto de ecuaciones, como:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & y_1 & z_1 \\ 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} x_1 & 1 & z_1 \\ x_2 & 1 & z_2 \\ x_3 & 1 & z_3 \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \qquad D = -\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} \qquad (1.3)$$

Lo que nos da como resultado las siguientes fórmulas para obtener A, B, C D.

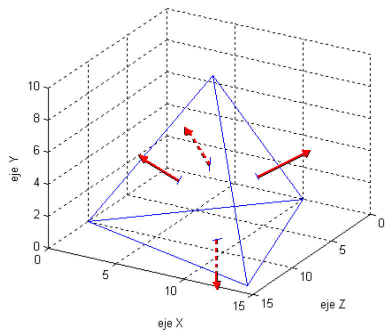
$$\begin{aligned} A &= y_1 (z_2 - z_3) + y_2 (z_3 - z_1) + y_3(z_1 - z_2) \\ B &= z_1 (x_2 - x_3) + z_2 (x_3 - x_1) + z_3 (x_1 - x_2) \\ C &= x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2) \\ D &= -x_1 (y_2z_3 - y_3z_2) - x_2 (y_3z_1 - y_1z_3) - x_3(y_1z_2 - y_2z_1) \end{aligned} \qquad (1.4)$$

Los cálculos de A, B, C y D se realizan al insertar los conjuntos de polígonos y se calculan para cada uno de estos.

1.3.2 La normal al plano

La orientación en el espacio de la superfice de un plano se puede describir con el vector normal para el plano. Este vector tiene los componentes (A, B, C), que son los mismos coeficientes manejados en las ecuaciones 1.4.

Para distinguir entre los lados del plano en un objeto, decimos que el plano que da al interior se llama cara interna, y el lado visible cara externa.



1.2 Las normales a los 4 planos de la pirámide, apuntando al exterior

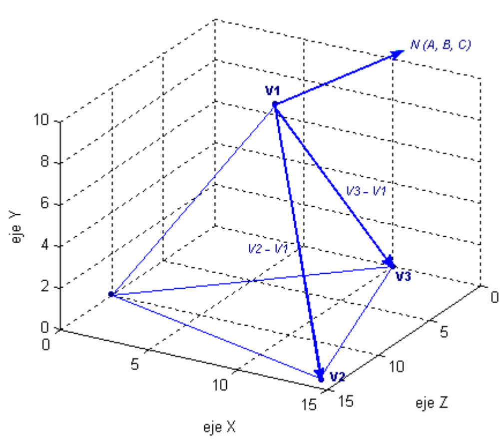
Si los vértices del polígono se especifican en una dirección opuesta a la de las manecillas del reloj (ccw) cuando se ve el lado externo del plano en un sistema de coordenadas del lado derecho, la dirección del vector normal será de adentro hacia fuera.

Los elementos de la normal del plano también se pueden obtener al utilizar un cálculo vectorial del producto cruz:
Seleccionamos los vértices V_1, V_2 y V_3, en el *orden opuesto a las manecillas del reloj (ccw)* viendo la superficie desde afuera.

Formamos 2 vectores, uno de V_1 a V_2 y el otro de V_1 a V_3 y calculamos N como el producto cruz de los vectores:

$$N = (V_2 - V_1) \times (V_3 - V_1) \qquad (1.5)$$

El vector N estará formado por las componentes A, B, C. Al sustituír estos valores y los de uno de los vértices en la ecuación del plano podemos obtener el parámetro D.



1.3 La normal obtenida por medio del producto cruz utilizando 3 vértices del plano

En forma vectorial, podemos expresar la ecuación del plano utilizando la normal N y la posición P de cualquier punto en el plano como:

$$N \cdot P = -D \qquad (1.6)$$

Para comprobar si un punto cualquiera (x, y, z) se encuentra en el plano, sólo debemos comprobar que

$$Ax + By + Cz + D = 0 \qquad (1.7)$$

Si el punto está dentro de la figura, la ecuación será menor a cero. Si está fuera, la ecuación será mayor a cero.